Time : 3 Hours

A

Booklet Code E 2009 A

Marks : 160

Instructions :

1. Each question carries *one* mark.
   ప్రతి ప్రశ్నకు ఒక మార్కు కలదు.
2. Choose correct answer to the following questions and darken, with HB pencil, the corresponding digit 1, 2, 3 or 4 in the circle pertaining to the question number concerned in the OMR Answer Sheet, separately supplied to you.
   దిగువ ఇచ్చిన ప్రతి ప్రశ్నకు సరియైన సమాధానమును ఎన్నుకొని దానిని సూచించే అంకె 1, 2, 3 లేక 4 వేరుగా ఇచ్చిన OMR సమాధాన పత్రములో ప్రశ్నకు సంబంధించిన సంఖ్యగల పేటికను HB పెన్సిల్‌తో నల్లగా చేయవలెను.

MATHEMATICS

1. If $f : [2, 3] \to \mathbb{R}$ is defined by $f(x) = x^3 + 3x - 2$, then the range $f(x)$ is contained in the interval :

$f : [2, 3] \to \mathbb{R}$ ని $f(x) = x^3 + 3x - 2$ గా నిర్వచిస్తే $f(x)$ వ్యాప్తిని కలిగిన అంతరం :

(1) $[1, 12]$ (2) $[12, 34]$

(3) $[35, 50]$ (4) $[-12, 12]$

---

2. $\left\{x \in \mathbb{R} : \dfrac{2x - 1}{x^3 + 4x^2 + 3x} \in \mathbb{R}\right\} =$

(1) $\mathbb{R} - \{0\}$ (2) $\mathbb{R} - \{0, 1, 3\}$

(3) $\mathbb{R} - \{0, -1, -3\}$ (4) $\mathbb{R} - \{0, -1, -3, +\frac{1}{2}\}$

---

3. Using mathematical induction, the numbers a_n's are defined by,

$$a_0 = 1, a_{n+1} = 3n^2 + n + a_n \ (n \geq 0).$$

Then a_n =

గణితానుగమనం ఉపయోగించి a'_n లను,

$$a_0 = 1, a_{n+1} = 3n^2 + n + a_n \ (n \geq 0\text{కి})\text{గా}$$ నిర్వచించారు.

అప్పుడు a_n =

(1) $n^3 + n^2 + 1$ (2) $n^3 - n^2 + 1$

(3) $n^3 - n^2$ (4) $n^3 + n^2$

Rough Work

4. The number of subsets of {1, 2, 3,....., 9} containing at least one odd number is :

{1, 2, 3,....., 9} లో కనీసం ఒక బేసి సంఖ్యను కలిగిన ఉపసమితుల సంఖ్య :

(1) 324 (2) 396

(3) 496 (4) 512

---

5. p points are chosen on each of the three coplanar lines. The maximum number of triangles formed with vertices at these points is :

మూడు సతలీయ రేఖలపై ప్రతిదాని పైనా p బిందువులు ఎంపికచేశారు. ఈ బిందువుల వద్ద శీర్షాలు గల త్రిభుజాల గరిష్ఠ సంఖ్య :

(1) $p^3 + 3p^2$ (2) $\frac{1}{2}(p^3 + p)$

(3) $\frac{p^2}{2}(5p - 3)$ (4) $p^2(4p - 3)$

---

6. A binary sequence is an array of 0's and 1's. The number of n-digit binary sequences which contain even number of 0's is :

'0' లు, '1' లు లతో ఒక అమరికను ద్విసంఖ్యానుక్రమం అంటారు. సరిసంఖ్యాక '0' లు గల n-అంకెల ద్విసంఖ్యానుక్రమాల సంఖ్య :

(1) 2^{n-1} (2) $2^n - 1$

(3) $2^{n-1} - 1$ (4) 2^n

Rough Work

10. $\frac{1}{e^{3x}}(e^x + e^{5x}) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots . \Rightarrow$

$$2a_1 + 2^3 a_3 + 2^5 a_5 + \ldots .. =$$

(1) e (2) e^{-1}

(3) 1 (4) 0

11. The roots of $(x - a)(x - a - 1) + (x - a - 1)(x - a - 2) + (x - a)(x - a - 2) = 0$, $a \in \mathbb{R}$ are always :

(1) equal (2) imaginary

(3) real and distinct (4) rational and equal

$a \in \mathbb{R}$ కి $(x - a)(x - a - 1) + (x - a - 1)(x - a - 2) + (x - a)(x - a - 2) = 0$ మూలాలు ఎల్లప్పుడూ :

(1) సమానం (2) కల్పితం

(3) విభిన్నం, వాస్తవ సంఖ్యలు (4) అకరణీయం, సమానం

12. Let $f(x) = x^2 + ax + b$, where $a, b \in \mathbb{R}$. If $f(x) = 0$ has all its roots imaginary, then the roots of $f(x) + f'(x) + f''(x) = 0$ are :

(1) real and distinct (2) imaginary

(3) equal (4) rational and equal

$a, b \in \mathbb{R}$ అయితే $f(x) = x^2 + ax + b$ అనుకోండి. $f(x) = 0$ మూలాలన్నీ కల్పిత సంఖ్యలైతే అప్పుడు $f(x) + f'(x) + f''(x) = 0$ మూలాలు :

(1) వాస్తవ సంఖ్యలు, విభిన్నం (2) కల్పిత సంఖ్యలు

(3) సమానం (4) అకరణీయం, సమానం

Rough Work

4. The number of subsets of {1, 2, 3,....., 9} containing at least one odd number is :

{1, 2, 3,....., 9} లో కనీసం ఒక బేసి సంఖ్యను కలిగిన ఉపసమితుల సంఖ్య :

(1) 324 (2) 396

(3) 496 (4) 512

---

5. p points are chosen on each of the three coplanar lines. The maximum number of triangles formed with vertices at these points is :

మూడు సతలీయ రేఖలపై ప్రతిదాని పైనా p బిందువులు ఎంపికచేశారు. ఈ బిందువుల వద్ద శీర్షాలు గల త్రిభుజాల గరిష్ఠ సంఖ్య :

(1) $p^3 + 3p^2$ (2) $\frac{1}{2}(p^3 + p)$

(3) $\frac{p^2}{2}(5p - 3)$ (4) $p^2(4p - 3)$

---

6. A binary sequence is an array of 0's and 1's. The number of n-digit binary sequences which contain even number of 0's is :

'0' లు, '1' లు లతో ఒక అమరికను ద్విసంఖ్యానుక్రమం అంటారు. సరిసంఖ్యాక '0' లు గల n-అంకెల ద్విసంఖ్యానుక్రమాల సంఖ్య :

(1) 2^{n-1} (2) $2^n - 1$

(3) $2^{n-1} - 1$ (4) 2^n

Rough Work

7. The coefficient of x^{24} in the expansion of $(1 + x^2)^{12} (1 + x^{12}) (1 + x^{24})$ is :

$(1 + x^2)^{12} (1 + x^{12}) (1 + x^{24})$ విస్తరణలో x^{24} గుణకం :

(1) $12C_6$ (2) $12C_6 + 2$

(3) $12C_6 + 4$ (4) $12C_6 + 6$

---

8. If x is numerically so small so that x^2 and higher powers of x can be neglected, then

$$\left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{3}{2}} . (32 + 5x)^{\frac{-1}{5}}$$

is approximately equal to :

x^2, ఆపై ఘాతాలు వదిలేసేంతగా x సంఖ్యాత్మక విలువ అతి చిన్నదైతే

$\left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{3}{2}} . (32 + 5x)^{\frac{-1}{5}}$ రమారమి విలువ :

(1) $\frac{32 + 31x}{64}$ (2) $\frac{31 + 32x}{64}$

(3) $\frac{31 - 32x}{64}$ (4) $\frac{1 - 2x}{64}$

---

9. For $|x| < 1$, the constant term in the expansion of $\frac{1}{(x-1)^2 (x-2)}$ is :

$|x| < 1$ కి $\frac{1}{(x-1)^2 (x-2)}$ లో స్థిర పదం :

(1) 2 (2) 1

(3) 0 (4) $-\frac{1}{2}$

Rough Work

7. The coefficient of x^{24} in the expansion of $(1 + x^2)^{12}\ (1 + x^{12})\ (1 + x^{24})$ is :

$(1 + x^2)^{12}\ (1 + x^{12})\ (1 + x^{24})$ విస్తరణలో x^{24} గుణకం :

(1) $12C_6$ (2) $12C_6 + 2$

(3) $12C_6 + 4$ (4) $12C_6 + 6$

---

8. If x is numerically so small so that x^2 and higher powers of x can be neglected, then

$$\left(1+\frac{2x}{3}\right)^{\frac{3}{2}}.\,(32+5x)^{\frac{-1}{5}}$$

is approximately equal to :

x^2, ఆపై ఘాతాలు వదిలేసేంతగా x సంఖ్యాత్మక విలువ అతి చిన్నదైతే

$\left(1+\frac{2x}{3}\right)^{\frac{3}{2}}.\,(32+5x)^{\frac{-1}{5}}$ రమారమి విలువ :

(1) $\frac{32+31x}{64}$ (2) $\frac{31+32x}{64}$

(3) $\frac{31-32x}{64}$ (4) $\frac{1-2x}{64}$

---

9. For $|x| < 1$, the constant term in the expansion of $\frac{1}{(x-1)^2\,(x-2)}$ is :

$|x| < 1$ కి $\frac{1}{(x-1)^2\,(x-2)}$ లో స్థిర పదం :

(1) 2 (2) 1

(3) 0 (4) $-\frac{1}{2}$

Rough Work

13. If α, β, γ are the roots of $x^3 + 4x + 1 = 0$, then the equation whose roots are $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}, \frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}, \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$ is :

α, β, γ లు $x^3 + 4x + 1 = 0$ కి మూలాలైతే

$\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}, \frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}, \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$ మూలాలుగాగల సమీకరణం :

(1) $x^3 - 4x - 1 = 0$ (2) $x^3 - 4x + 1 = 0$

(3) $x^3 + 4x - 1 = 0$ (4) $x^3 + 4x + 1 = 0$

14. If $f(x) = 2x^4 - 13x^2 + ax + b$ is divisible by $x^2 - 3x + 2$, then (a, b) =

$f(x) = 2x^4 - 13x^2 + ax + b$, $x^2 - 3x + 2$ తో నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే అప్పుడు (a, b) =

(1) (–9, –2) (2) (6, 4)

(3) (9, 2) (4) (2, 9)

15. Let A and B be two symmetric matrices of same order. Then the matrix AB – BA is :

(1) a symmetric matrix (2) a skew-symmetric matrix

(3) a null matrix (4) the identity matrix

A, B లు ఒకే తరగతి గల్గిన సౌష్ఠవ మాత్రికలు. అప్పుడు AB – BA ఎల్లప్పుడూ :

(1) ఒక సౌష్ఠవ మాత్రిక (2) ఒక అసౌష్ఠవ మాత్రిక

(3) ఒక శూన్య మాత్రిక (4) తత్సమ మాత్రిక

Rough Work

13. If α, β, γ are the roots of $x^3 + 4x + 1 = 0$, then the equation whose roots are $\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}, \frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}, \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$ is :

α, β, γ లు $x^3 + 4x + 1 = 0$ కి మూలాలైతే

$\frac{\alpha^2}{\beta+\gamma}, \frac{\beta^2}{\gamma+\alpha}, \frac{\gamma^2}{\alpha+\beta}$ మూలాలుగాగల సమీకరణం :

(1) $x^3 - 4x - 1 = 0$ (2) $x^3 - 4x + 1 = 0$

(3) $x^3 + 4x - 1 = 0$ (4) $x^3 + 4x + 1 = 0$

14. If $f(x) = 2x^4 - 13x^2 + ax + b$ is divisible by $x^2 - 3x + 2$, then $(a, b) =$

$f(x) = 2x^4 - 13x^2 + ax + b$, $x^2 - 3x + 2$ తో నిశ్శేషంగా భాగింపబడితే అప్పుడు $(a, b) =$

(1) $(-9, -2)$ (2) $(6, 4)$

(3) $(9, 2)$ (4) $(2, 9)$

15. Let A and B be two symmetric matrices of same order. Then the matrix AB – BA is :

(1) a symmetric matrix (2) a skew-symmetric matrix

(3) a null matrix (4) the identity matrix

A, B లు ఒకే తరగతి గల్గిన సౌష్ఠవ మాత్రికలు. అప్పుడు AB – BA ఎల్లప్పుడూ :

(1) ఒక సౌష్ఠవ మాత్రిక (2) ఒక అసౌష్ఠవ మాత్రిక

(3) ఒక శూన్య మాత్రిక (4) తత్సమ మాత్రిక

Rough Work

16. If one of the roots of $\begin{vmatrix} 3 & 5 & x \\ 7 & x & 7 \\ x & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0$ is –10, then the other roots are :

$\begin{vmatrix} 3 & 5 & x \\ 7 & x & 7 \\ x & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0$ కి –10 ఒక మూలమైతే దాని మిగిలిన మూలాలు :

(1) 3, 7 (2) 4, 7

(3) 3, 9 (4) 3, 4

---

17. If x, y, z are all positive and are the pth, qth and rth terms of a geometric progression respectively, then the value of the determinant

$$\begin{vmatrix} \log x & p & 1 \\ \log y & q & 1 \\ \log z & r & 1 \end{vmatrix} =$$

ఒక గుణశ్రేఢిలో pవ, qవ, rవ పదాలు వరసగా ధనాత్మక x, y, z అయితే అప్పుడు నిర్ధారకం యొక్క విలువ.

$$\begin{vmatrix} \log x & p & 1 \\ \log y & q & 1 \\ \log z & r & 1 \end{vmatrix} =$$

(1) $\log xyz$ (2) $(p - 1)(q - 1)(r - 1)$

(3) pqr (4) 0

Rough Work

18. If $\begin{bmatrix} 1 & -1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & -1 & 1 \end{bmatrix}$ has no inverse, then the real value of x is :

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & x \\ 1 & x & 1 \\ x & -1 & 1 \end{bmatrix}$ కి విలోమం లేకుంటే x యొక్క వాస్తవ విలువ :

(1) 2 (2) 3

(3) 0 (4) 1

---

19. If α and β are the roots of $x^2 - 2x + 4 = 0$, then the value of $\alpha^6 + \beta^6$ is :

α, β లు $x^2 - 2x + 4 = 0$ కి మూలాలైతే అప్పుడు $\alpha^6 + \beta^6$ విలువ :

(1) 32 (2) 64

(3) 128 (4) 256

---

20. The locus of z satisfying the inequality $\left|\frac{z+2i}{2z+i}\right| < 1$, where $z = x + iy$, is :

$z = x + iy$ అవుతూ అసమానత $\left|\frac{z+2i}{2z+i}\right| < 1$ తృప్తిపరిచే z బిందుపథం :

(1) $x^2 + y^2 < 1$ (2) $x^2 - y^2 < 1$

(3) $x^2 + y^2 > 1$ (4) $2x^2 + 3y^2 < 1$

Rough Work

21. If n is an integer which leaves remainder one when divided by three, then

పూర్ణాంకం n ను మూడుచే భాగింపగా వచ్చే శేషం ఒకటి అయితే అప్పుడు:

$$\left(1+\sqrt{3}\,i\right)^n + \left(1-\sqrt{3}\,i\right)^n =$$

(1) -2^{n+1} (2) 2^{n+1} (3) $-(-2)^n$ (4) -2^n

---

22. The period of $\sin^4 x + \cos^4 x$ is :

$\sin^4 x + \cos^4 x$ యొక్క ఆవర్తనం:

(1) $\frac{\pi^4}{2}$ (2) $\frac{\pi^2}{2}$ (3) $\frac{\pi}{4}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

---

23. $\frac{\cos x}{\cos(x-2y)} = \lambda \Rightarrow \tan(x-y)\tan y =$

(1) $\frac{1+\lambda}{1-\lambda}$ (2) $\frac{1-\lambda}{1+\lambda}$ (3) $\frac{\lambda}{1+\lambda}$ (4) $\frac{\lambda}{1-\lambda}$

---

24. $\cos A \cos 2A \cos 4A \ldots\ldots\ldots \cos 2^{n-1} A =$

(1) $\frac{\sin 2^n A}{2^n \sin A}$ (2) $\frac{2^n \sin 2^n A}{\sin A}$

(3) $\frac{2^n \sin A}{\sin 2^n A}$ (4) $\frac{\sin A}{2^n \sin 2^n A}$

Rough Work

25. If 3 cos $x \neq$ 2 sin x, then the general solution of $\sin^2 x - \cos 2x = 2 - \sin 2x$ is x =

3 cos $x \neq$ 2 sin x అయితే $\sin^2 x - \cos 2x = 2 - \sin 2x$ కి సాధారణ సాధన x =

(1) $n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(2) $\frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(3) $(4n \pm 1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$

(4) $(2n - 1)\pi, n \in \mathbb{Z}$

---

26. $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) - 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + 3\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) - 4\tan^{-1}(-1) =$

(1) $\frac{19\pi}{12}$

(2) $\frac{35\pi}{12}$

(3) $\frac{47\pi}{12}$

(4) $\frac{43\pi}{12}$

---

27. $\sinh^{-1} 2 + \sinh^{-1} 3 = x \Rightarrow \cosh x =$

(1) $\frac{1}{2}\left(3\sqrt{5} + 2\sqrt{10}\right)$

(2) $\frac{1}{2}\left(3\sqrt{5} - 2\sqrt{10}\right)$

(3) $\frac{1}{2}\left(12 + 2\sqrt{50}\right)$

(4) $\frac{1}{2}\left(12 - 2\sqrt{50}\right)$

Rough Work

28. In any Δ ABC, $a(b \cos C - c \cos B) =$

ఏ త్రిభుజం Δ ABC లో నైనా $a(b \cos C - c \cos B) =$

(1) $b^2 + c^2$ (2) $b^2 - c^2$

(3) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ (4) $\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}$

---

29. In a Δ ABC (ఒక Δ ABC లో)

$$\frac{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)}{4b^2c^2} =$$

(1) $\cos^2 A$ (2) $\cos^2 B$ (3) $\sin^2 A$ (4) $\sin^2 B$

---

30. P is a point on the segment joining the feet of two vertical poles of heights a and b. The angles of elevation of the tops of the poles from P are 45° each. Then the square of the distance between the tops of the poles is :

a, b ఎత్తులు గల రెండు నిటారు స్థంబాల పాదాలను కలిపే రేఖాఖండంపై P ఒక బిందువు. P నుండి ఆ స్థంబాల శీర్షాల ఊర్ధ్వ కోణాలు రెండూ 45° అప్పుడు ఆ శీర్షాల మధ్య దూరపు వర్గం:

(1) $\frac{a^2 + b^2}{2}$ (2) $a^2 + b^2$

(3) $2(a^2 + b^2)$ (4) $4(a^2 + b^2)$

Rough Work

31. In a quadrilateral ABCD, the point P divides DC in the ratio 1 : 2 and Q is the mid point of AC. If $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{PQ}$, then k =

ఒక చతుర్భుజం ABCD లో బిందువు P భుజం DC ని 1 : 2 నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది, Q అనేది AC కి మధ్యబిందువు. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{PQ}$, అయితే k =

(1) –6 (2) –4 (3) 6 (4) 4

---

32. The angle between the lines whose direction cosines satisfy the equations $l + m + n = 0, l^2 + m^2 - n^2 = 0$ is :

రెండు సరళ రేఖల దిక్‌కొసైనులు $l + m + n = 0, l^2 + m^2 - n^2 = 0$ లను తృప్తిపరిస్తే ఆ రేఖల మధ్యకోణం :

(1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{2}$

---

33. If $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ and $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$, then the angle between $2\vec{a} - \vec{c}$ and $\vec{a} + \vec{b}$ is :

$\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = -2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ అయితే $2\vec{a} - \vec{c}$, $\vec{a} + \vec{b}$ ల మధ్య కోణం :

(1) $\frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{3}$ (3) $\frac{\pi}{2}$ (4) $\frac{3\pi}{2}$

Rough Work